

УДК 681.51

**С. Н. Савин**Одесский национальный университет, кафедра общей химии и полимеров  
ул. Дворянская 2, Одесса, 65082, Украина**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ  
ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЯ ПРИ ОТВЕРЖДЕНИИ ЭПОКСИДНЫХ  
СМОЛ**

Предложено решение нелинейной нестационарной задачи расчета распределения температурного поля в объеме цилиндрического образца методом конечных элементов на примере отверждения эпоксидной смолы ЭД-20 полиэтиленполиамином. Выполнены расчетные исследования зависимости температуры от времени в экстремальных точках рассматриваемого образца. Показано подтверждение расчетных данных экспериментом.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, температурное поле, эпоксидные смолы.

Эпоксидные смолы (ЭС) находят широкое применение в промышленности. В отвержденном состоянии эпоксидные полимеры и композиты на их основе обладают высокими эксплуатационными характеристиками: высокой механической прочностью, химической стойкостью, хорошими диэлектрическими свойствами. Наиболее распространенной из ЭС, является эпоксидиановая – ЭД-20 [1, с. 247]. В качестве низкотемпературных отвердителей ЭС наиболее распространены диамины. Полиэтиленполиамин (ПЭПА) обеспечивает отверждение ЭД-20 в диапазоне температур от 20 до 80°C, при этом полученный полимер обладает высокими эксплуатационными характеристиками [1]. Основной технологической проблемой, при использовании систем ЭД-20 – ПЭПА, является трудность отвода тепла, что может привести к перегреву, закипанию системы и разрушению изделия.

В настоящее время не предложено эффективных математических моделей для прогнозирования температурных процессов в заданных геометрических параметрах формируемого изделия. Сложность моделирования процессов отверждения состоит в том, что мощность тепловыделения зависит от распределения температуры по объему системы нелинейно [2].

**Целью настоящей работы было решение задачи расчета распределения температуры в объеме олигомерной системы при формировании образца цилиндрической формы с учётом тепловыделения в процессе её отверждения.**

Эмпирически, зависимость скорости реакции ЭД-20 с ПЭПА от температуры на начальных стадиях, до перехода процесса из кинетической области в диффузионную, описывается законом Вант-Гоффа [3, 4]:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \gamma^{0,1(T_2 - T_1)}, \quad (1)$$

где  $Q_1$  – мощность тепловыделения при температуре  $T_1$ ;  $Q_2$  – мощность тепловыделения при температуре  $T_2$ ;  $\gamma$  – коэффициент Вант-Гоффа [4, с. 71].

После завершения реакции между ЭС и отвердителем, процесс тепловыделения прекращается. Полная энергия, выделяющаяся в процессе реакции равна:

$$W = \int_0^t T(\tau) \cdot \rho \cdot c \cdot V \cdot d\tau, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность материала;  $c$  – удельная теплоемкость материала;  $V$  – объем реагирующих веществ;  $t$  – время реакции;  $T(\tau)$  – изменение температуры отверждающейся системы во времени.

При достижении температуры 110 -125°C система ЭД-20 – ПЭПА вспенивается, образец подвергается необратимой деформации. С другой стороны, достаточная глубина отверждения, а, следовательно, и прочностные характеристики, обеспечиваются при температурах формирования полимеров не ниже 50-60°C. Таким образом, наилучшим будет такой режим отверждения, при котором значения температуры по объёму образца будут находиться в пределах от 50 до 100°C. Условия, обеспечивающие такой режим отверждения, могут быть определены с использованием специальной математической модели.

Из уравнения Вант-Гоффа (1) следует зависимость удельной мощности тепловыделения от температуры:

$$q = q_0 \cdot \gamma^{0,1 \cdot (T+T_0)} \text{ [Вт/м}^3\text{]}, \quad (3)$$

где:  $T_0$  – температура окружающей среды, °C;  $T$  – превышение температуры рассматриваемой точки объема эпоксидной смолы над температурой окружающей среды;  $q_0$  – значение удельной мощности тепловыделения при  $T_0 = 0$  °C.

Другой, существенно влияющей на характер температурных процессов, особенностью ЭС, является их низкая теплопроводность. Так, для рассматриваемой системы ЭД-20 + 16% ПЭПА, коэффициент теплопроводности изменяется в пределах от  $\lambda = 0,7$  Вт/(м·°C) в жидком состоянии, до  $\lambda = 0,345$  Вт/(м·°C) – в отвержденном состоянии [4].

В данной работе в качестве физической модели выбрана цилиндрическая конструкция, состоящая из наборов различных втулок, прокладок, стаканчиков и других элементов. На рис. 1 показана конструкция устройства для изготовления из эпоксидной смолы втулки на металлическом валике. Устройство состоит из стального стакана на теплоизолирующей подложке. Внутри этого стакана симметрично размещается тонкостенный алюминиевый стаканчик с металлическим валиком и системой ЭД-20 – ПЭПА. (На рис. 1 этот стаканчик не показан и при расчете температурного поля не учитывается). Пространство между стальным и алюминиевым стаканами заполняется водой. Основное предназначение алюминиевого стаканчика и воды обеспечить интенсивный отвод тепла от эпоксидной смолы к поверхности охлаждения устройства.

В основу разработки математической модели положена кусочно-однородная осесимметричная конструкция, конвективно охлаждаемая с боковой и с торцевой поверхностей. Источниками тепловыделения являются области, заполненные эпоксидной смолой. Процесс тепловыделения нелинейно зависит от температуры смолы и определяется выражением (3).

Распределение температуры в осесимметричной модели соответствует уравнению теплопроводности в цилиндрических координатах [5, с.162, 6, с. 212, 7, с. 316]:

$$\lambda_z \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \lambda_r \cdot \frac{d^2T}{dr^2} + \lambda_z \cdot \frac{d^2T}{dz^2} = -q(r,z) + \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (4)$$

дополненным нелинейной функцией (3) и ограничением (2).

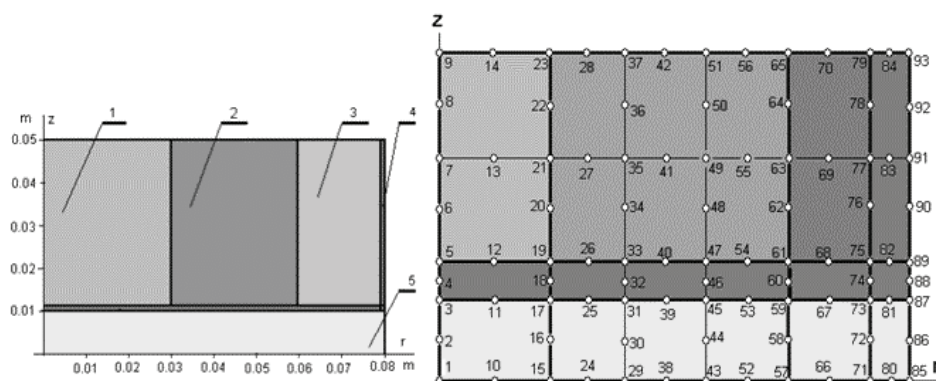


Рис. 1. Конструкция для изготовления втулки на металлическом валике и структура сетки конечных элементов с глобальной нумерацией узлов: 1 – стальной цилиндр; 2 – ЭД-20 с ПЭПА; 3 – вода; 4 – тонкостенный стальной стакан; 5 – теплоизолирующая подложка.

Начальными условиями для нестационарного процесса задаются начальные условия Коши. В момент времени  $t = 0$ , температура во всех точках расчетной области принимается равной температуре окружающей среды  $T_0$ . На оси симметрии задаются нулевые краевые условия Неймана, так как тепловой поток в радиальном направлении на оси симметрии равен нулю. На цилиндрической боковой и верхней торцевой поверхностях происходит конвективное охлаждение. Эти условия реализуют заданные значения коэффициента конвекции (краевые условия III-го рода или условия Ньютона). От правильного задания коэффициента конвекции зависит точность решения всей задачи. Поэтому коэффициент конвекции  $\alpha$  был определен экспериментально [4].

Для решения поставленной задачи был выбран метод четырехугольных конечных элементов [7-9]. Аппроксимация искомой функции была проведена квадратичными параболоидами.

Квадратичный параболоид, аппроксимирующий искомую функцию  $T(r, z)$  в пределах каждого прямоугольника формируется, так называемыми, координатными функциями на восьми узлах. В относительных координатах ( $\xi$ ) эти функции имеют вид:

– для узлов, расположенных в угловых точках ( $i = 1; 3; 5; 7$ )

$$N_i(\xi, \eta) = 0.25 \cdot (1 + \xi \cdot \xi) \cdot (1 + \eta_i \cdot \eta) \cdot (\xi_i \cdot \xi + \eta \cdot \eta - 1);$$

– для узлов, расположенных на серединах горизонтальных сторон ( $i = 2; 6$ )

$$N_i(\xi, \eta) = 0.5 \cdot (1 - \xi^2) \cdot (1 + \eta_i \cdot \eta);$$

– для узлов, расположенных на серединах вертикальных сторон ( $i = 4; 8$ )

$$N_i(\xi, \eta) = 0.5 \cdot (1 - \eta^2) \cdot (1 + \xi_i \cdot \xi).$$

Координатные функции равны единице в собственных узлах и равны нулю во всех остальных узлах. Кроме того, алгебраическая сумма координатных функций от всех узлов конечного элемента равна единице:  $\sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) = 1$ .

Координатные функции осуществляют отображение квадрата в относительных координатах на четырехугольник в абсолютных координатах. Отображение осуществляется по формулам:

$$\mathbf{r} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{r}_i; \quad \mathbf{z} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{z}_i, \quad (5)$$

где  $r_i, z_i$  – координаты узлов конечного элемента.

С помощью координатных функций уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах вида (4) относительно функции  $T(r, z)$  преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений относительно значений этой функции в узлах аппроксимации:

$$[K + H] \cdot \{T\} = \{F\} + [C] \cdot \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}. \quad (6)$$

Компоненты матриц в системе уравнений (6) также вычисляются через координатные функции.

- для матрицы коэффициентов:

$$k_{ij} = \lambda_r \cdot \int_z \int_r \frac{dN_i}{dr} \cdot \frac{dN_j}{dr} \cdot r \cdot dr \cdot dz + \lambda_z \cdot \int_z \int_r \frac{dN_i}{dz} \cdot \frac{dN_j}{dz} \cdot r \cdot dr \cdot dz;$$

$$h_{ij} = \int_r N_i \cdot N_j \cdot \alpha_z(r) \cdot r \cdot dr + \int_z N_i \cdot N_j \cdot \alpha_r(z) \cdot r \cdot dz;$$

- для матрицы свободных членов: 
$$f_i = - \int_z \int_r N_i \cdot q_i(r, z) \cdot r \cdot dr \cdot dz;$$

- для матрицы теплоемкостей: 
$$c_{ij} = \rho \cdot c \cdot \int_z \int_r N_i \cdot N_j \cdot r \cdot dr \cdot dz.$$

Производные координатных функций по абсолютным координатам выражаются через производные этих функций по относительным координатам:

$\frac{dN_i}{dr} = \frac{2}{a} \cdot \frac{dN_i}{d\xi}$  и  $\frac{dN_i}{dz} = \frac{2}{b} \cdot \frac{dN_i}{d\eta}$ , где  $a$  и  $b$  – радиальная и осевая стороны рассматриваемого четырехугольного конечного элемента.

Численное интегрирование компонентов матриц в системе уравнений (6) выполняется с помощью квадратурных формул Гаусса-Лагранжа. Они имеют следующий вид:  $J = \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \cdot d\xi = \sum_{m=1}^n \varphi(\xi_m) \cdot w_m$ , где  $n$  – порядок квадратуры,  $\xi_m$  – узлы квадратур,  $w_m$  – веса квадратур. В данной работе использовалась квадратура третьего порядка ( $n = 3$ ) узлы которой ( $\xi_1 = -0,7746$ ,  $\xi_2 = 0$ ,  $\xi_3 = 0,7746$ ) и веса ( $w_1 = 0,55556$ ,  $w_2 = 0,88889$ ,  $w_3 = 0,55556$ ) [10, с. 107].

При решении нелинейной нестационарной задачи применяется итерационная схема Кранка-Николсона. Для вывода этой схемы в уравнении (6) матрицу производных заменяем матрицей отношений приращений функции к приращению аргумента  $\left[\frac{dT}{dt}\right] = \left[\frac{T_{j+1} - T_j}{\Delta t}\right]$ . Значения самой функции определяем как средние на интервале интегрирования  $\Delta t$ , а именно  $[T] = \left[\frac{T_{j+1} + T_j}{2}\right]$ . После соответствующих алгебраических преобразований в матричной форме получаем:

$$\left[\frac{1}{2} \cdot [K + H] + \frac{1}{\Delta t} \cdot [C]\right] \cdot \{T_{j+1}\} = \{F_j\} - \left[\frac{1}{2} \cdot [K + H] - \frac{1}{\Delta t} \cdot [C]\right] \cdot \{T_j\}. \quad (7)$$

Здесь, на каждом шаге итерационного процесса, уточняются и компоненты матрицы свободных членов  $\{F_j\}$ . Этим учитывается нелинейность задачи:

$$f_i = - \int_z \int_r N_i \cdot q_i(r, z) \cdot r \cdot dr \cdot dz.$$

Выбор шага интегрирования осуществлялся с помощью компьютера. Для первого расчета, шаг задавался по опыту предыдущих расчетов для аналогичных конструкций.

Для каждого конечного элемента вычисляется также энергия тепловыделения:

$$W = \int_0^t \sum_{i=1}^8 \int_z \int_r N_i \cdot q_0 \cdot \gamma^{0,1(T+T_0)} \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot dt. \quad (8)$$

Итерационный процесс прекращается при выполнении одного из двух условий.

Первое: в самой горячей точке плотность энергии тепловыделения достигает значения  $W = \Delta T_m \cdot c \cdot \rho$ . При этом условии заканчивается реакция отверждения и, вследствие этого, прекращается дальнейшее выделение тепла. Контроль условия завершения реакции осуществляется по уровню запаса полной энергии в пределах каждого конечного элемента, согласно (8). Второе условие: в самой горячей точке температура достигает критического значения  $T_j = 110^\circ\text{C}$ . В этом случае, образец разрушается, и дальнейшие вычисления теряют смысл.

В результате итерационного решения системы нелинейных алгебраических уравнений (7) и определения значений температуры  $T_i$  в узлах сетки конечных элементов, с помощью координатных функций, определяются значения температуры в заданных точках исследуемой расчетной модели:

$$T(x, z) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \cdot T_i. \quad (9)$$

Геометрическая структура расчетной модельной задачи задается сеткой конечных элементов и “наполнением” ее теплофизическими характеристиками материалов.

После нанесения сетки конечных элементов, производится глобальная нумерация узлов. Последовательность глобальной нумерации узлов определяет структуру матриц коэффициентов  $[K + H]$  и теплоемкостей  $[C]$ . Компоненты этих матриц  $k_{ij}$ ,  $h_{ij}$  и  $c_{ij}$  вычисляются только для пар узлов, лежащих в пределах рассматриваемого конечного элемента. Для всех остальных узлов, не принадлежащих рассматриваемому конечному элементу, эти компоненты тождественно равны нулю. Поэтому матрицы  $[K + H]$  и  $[C]$  имеют ленточную структуру, симметрично сгруппированную вдоль главной диагонали. Эта принципиально важная положительная особенность позволяет хранить и обрабатывать в процессе математических операций над матрицами только главную диагональ и полосу ненулевых компонентов. Ширина этой полосы равна максимальной разности номеров узлов в пределах конечного элемента. Порядок матриц всегда равен максимальному номеру глобальной нумерации, независимо от последовательности присвоения этих номеров узлам.

Для регулярной прямоугольной сетки, содержащей  $m$  конечных элементов по оси  $x$ , и  $n$  конечных элементов по оси  $z$ , ширина ленточной матрицы

$$N_b = 3 \cdot n + 5, \text{ порядок системы алгебраических уравнений (6)}$$

$$L_b = 3 \cdot m \cdot n + 2 \cdot (m+n) + 1. \text{ Для сетки (рис. 2) } m = 6, n = 4, N_b = 17, L_b = 93.$$

## РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Представленная математическая модель реализована на компьютере в виде программного комплекса для выполнения расчетных исследований по распределению температурных полей в осесимметричных устройствах. В качестве примера, иллюстрирующего возможности предложенной математической модели, рассмотрим результаты расчетных исследований по распределению температурного поля в конструкции устройства, показанного на рис. 1.

Для подготовки исходных данных, были использованы константы, определённые экспериментально для системы 84% ЭД-20 + 16% ПЭПА в работе [4]:

$\alpha = 11,0 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C})$  – коэффициент конвекции на поверхности охлаждения устройства;  $q_0 = 19440 \text{ Вт}/\text{м}^3$  – удельная мощность тепловыделения системы при  $20^\circ\text{C}$ ;  $\gamma = 1,96$  – коэффициент Вант-Гоффа.

Дополнительные вычислительные характеристики:

$\Delta t = 30 \text{ с}$  – шаг интегрирования по времени;

$T_0 = 22 \text{ °C}$  – температура окружающей среды;

$\Delta T_m = 130 \text{ °C}$  – максимально допустимая температура нагрева системы.

В табл. 1 приведены теплофизические характеристики конструктивных материалов устройства.

Таблица 1

Теплофизические характеристики материалов

Материал	Теплопроводность $\lambda$ , Вт/(м·°C)	Теплоемкость $c$ , Дж/(кг·°C)	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Сталь	46,0	494	7650
Эпоксидный полимер	0,345	2436	1100
Пенопласт	0,1	2400	90
Вода (при конвекции)	100,0	4185	1000

В результате процесса итерационного решения задачи расчета температурного поля, после 151 итерации, расчет был завершён по ограничению (8). В точке с координатами  $r = 0,045$  м и  $z = 0,04$  м максимальная температура достигла значения  $T_m = 104^\circ\text{C}$ . Эта точка является центром прямоугольного конечного элемента, в котором она расположена. Запас энергии в объёме рассматриваемого конечного элемента был принят  $W = 38000$  Дж. После достижения температуры  $T_m = 104^\circ\text{C}$ , в объёме этого конечного элемента, согласно расчетам, должно выделиться 39751 Дж, что превышает имеющийся запас энергии и приводит к завершению работы программы по ограничению (8). Время достижения максимальной температуры, в процессе реакции, составляет 75 мин.

Для иллюстрации качества моделирования температурного режима методом конечных элементов на рис. 3 приведены графики распределения температуры в радиальном направлении  $T(r)$  при различных значениях координаты  $z$ . Плавность графиков распределения температуры, их четкие изломы на границах областей с отличающимися коэффициентами теплопроводности (сталь – эпоксид; вода – эпоксид; сталь – пенопласт), а также отсутствие изломов на границах конечных элементов в пределах однородных сред (эпоксид, пенопласт), характеризуют высокую степень сопрягаемости квадратичных парабол соседних конечных элементов.

Наличие изломов графиков функций  $T(r)$  и  $T(z)$  в пределах однородных сред свидетельствует о некачественном распределении сетки конечных элементов.

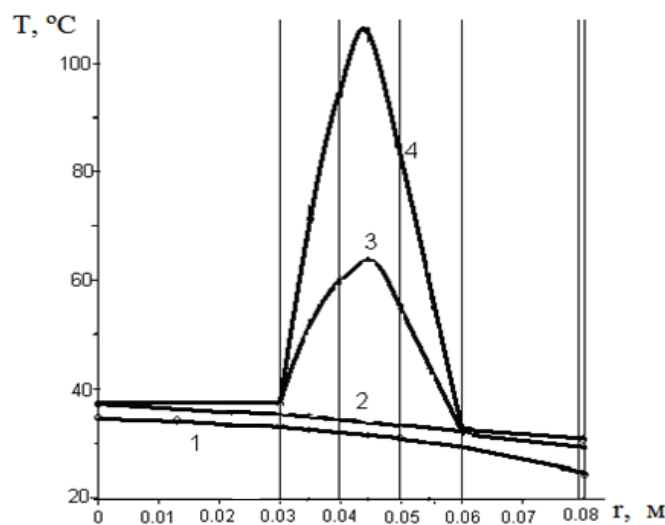


Рис. 2. Распределение температуры в радиальном направлении.  
1)  $z = 0,5$  см (внутри теплоизолирующей подложки); 2)  $z = 1,1$  см (внутри доньшка металлического стакана),  
3)  $z = 2,1$  см; 4)  $z = 4$  см (сердечник, эпоксид, вода).

Для устранения отмеченного явления, необходимо в зоне изломов увеличить число конечных элементов и повторить расчет. Для данной конструкции границы изломов температурных кривых (рис.1):

- 1)  $r = 1.5$  см (внутри стального сердечника);
- 2)  $r = 3.5$  см (эпоксид);
- 3)  $r = 4.5$  см (эпоксид);
- 4)  $r = 5.5$  см (эпоксид);
- 5)  $r = 6.9$  см (вода).

В данном случае изломы наблюдаются только на границах раздела сред, что свидетельствует о качественном выборе структуры сетки конечных элементов (рис. 2).



## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Экспериментальные измерения выполнялись в конструкции, состоящей из трех металлических стаканов (рис. 1) и позволяющей с достаточной точностью произвести измерения температуры в контролируемых точках. В стальной стакан большего диаметра помещали два тонкостенных алюминиевых стаканчика. В область между стенками алюминиевых стаканчиков была помещена система 84% ЭД-20 + 16% ПЭПА, взвешенная с точностью до 0,1 г. Остальное пространство конструкции было заполнено водой.

В табл. 2 приведены численные значения координат, соответствующие структуре сетки конечных элементов. Всего использовалось  $m = 9$  элементов в радиальном направлении и  $n = 9$  элементов в осевом. При этом:  $N_b = 32$ ,  $L_b = 280$ .

Таблица 2

Координаты сетки конечных элементов для конструкции

<b>r, мм</b>	0	5	10	14	18	22	26,3	26,55	49,5	50
<b>z, мм</b>	0	0,25	15,5	25	40	55	70	85	100	120

Физические константы и вычислительные характеристики:  $\alpha = 11,0$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С) – коэффициент конвекции на поверхности охлаждения устройства;  $q_0 = 19440$  Вт/м<sup>3</sup> – удельная мощности тепловыделения при 20 °С;  $\gamma = 2,05$  – коэффициент Вант-Гоффа;  $\Delta t = 60$  с – шаг интегрирования по времени;  $T_0 = 24$  °С – температура окружающей среды;  $T_m = 120$ °С – максимально допустимая температура нагрева системы.

Коэффициент Вант-Гоффа, используемый при расчётах,  $\gamma = 2,05$  отличается от экспериментально определённого в работе [4]  $\gamma = 1,96$ . Метод расчёта крайне чувствителен к значению  $\gamma$ . Отклонение расчётных данных от экспериментальных становится неудовлетворительным при  $2 > \gamma > 2,1$ . В то же время, при  $\gamma = 2,05$  во всех случаях наблюдается хорошее соответствие расчета с экспериментом. Следует отметить, что в данной работе и в работе [4] были использованы абсолютно идентичные реактивы, и единственным объяснением различия температурных коэффициентов может быть то, что в работе [4] перед определением скорости реакции, систему центрифугировали для полного удаления пузырьков воздуха.

В начальной стадии расчета, пока система находится в жидком состоянии (до глубины отверждения 30%), ее теплопроводность  $\lambda = 0,7$  Вт·м<sup>-1</sup>·°С<sup>-1</sup>. В процессе реакции повышение вязкости системы приводит к снижению теплопроводности до  $\lambda = 0,5$  Вт·м<sup>-2</sup>·°С<sup>-1</sup> (при глубине отверждения 30-60%). На заключительных стадиях, в гелеобразном и твёрдом состоянии  $\lambda = 0,345$  Вт·м<sup>-2</sup>·°С<sup>-1</sup> [4].

В действительности, в процессе реакции, изменение теплопроводности смолы происходит плавно и неравномерно по всему объему, но, как показывают исследования, отклонения расчетных и экспериментальных результатов находятся в приемлемых пределах.

В табл. 3 приведены результаты измерений и расчетов температуры в центральном слое эпоксидной смолы при  $r = 20$  мм.

В результате решения задачи расчета температурного поля, после 125 итераций с шагом  $\Delta t = 60$  с, расчет был завершён по ограничению (8). Максимальная температура достигла значения  $T_m = 53$ °С по всей высоте центрального цилиндрического слоя сетки конечных элементов. В этом слое был установлен термодатчик для



Таблица 3

## Температура эпоксидного слоя в процессе отверждения

Время $t_p$ , мин	Температура в центре эпоксидного слоя $T$ , °C		Расхож- дение результатов $\Delta T$ , °C	Время $t_p$ , мин	Температура в центре эпоксидного слоя $T$ , °C		Расхож- дение результатов $\Delta T$ , °C
	экспер.	расчет			экспер.	расчет	
0	24	24	0	65	33	32,03	0,97
5	26	25,57	0,43	70	34	32,56	1,44
10	26,5	26,3	0,2	75	34,5	34,3	0,2
15	27	26,88	0,12	80	35	35,7	- 0,7
20	27,5	27,39	0,11	85	36	37,0	- 1,0
25	28	27,87	0,13	90	38	38,29	- 0,29
30	28,5	28,34	0,16	95	39	39,63	- 0,63
35	29	28,81	0,13	100	41	41,07	- 0,07
40	29,5	29,27	0,23	105	42	42,66	- 0,66
45	30	29,74	0,26	110	44	44,46	- 0,46
50	31	30,21	0,79	115	45	46,59	- 1,59
55	31,5	30,68	0,82	120	47	49,23	- 2,23
60	32	31,16	0,84	125	48	52,75	- 4,75

измерения температуры системы в процессе ее отверждения. Время достижения максимальной температуры в процессе реакции отверждения составило 25 мин. Вода прогрелась до 35°C, температура окружающей среды не изменилась.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной работы являлось решение нелинейной нестационарной задачи расчета распределения температуры в объеме эпоксидной смолы при тепловыделении в процессе ее отверждения. Решение рассматриваемой задачи получено методом конечных элементов с использованием четырехугольных элементов с квадратичной аппроксимацией искомой функции в пределах конечного элемента. Нелинейность и нестационарность процесса тепловыделения реализованы на базе итерационной схемы Кранка-Николсона в матричной форме.

Приведенные результаты расчетных исследований с использованием комплекса компьютерных программ и экспериментальных измерений распределения температуры в осесимметричных модельных конструкциях, показывают удовлетворительные возможности применения полученного решения для моделирования температурных режимов при отверждении олигомерных систем.

Предложенный математической метод может быть использован для расчетов температурных процессов и в других видах осесимметричных конструкциях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кацнельсон Л. Ю., Балаев Г. А. Пластические массы. Свойства и применение. Справочник. Л.: Химия, 1978. – 384 с.
2. Новикова С. И. Тепловое расширение твёрдых тел. М.: Наука, 1974. – 293 с.
3. Походун А. И., Шарков А. В. Экспериментальные методы исследований. Измерение теплофизических величин. СПб.: ГУ ИТМО, 2006. – 87 с.
4. Савин С. Н. Кинетика полимеризации олигомерных систем с повышенной вязкостью // Вісник ОНУ, Хімія – 2013. – Т. 18, №1. – С. 71-81.
5. Телеснин З. В. Молекулярная физика: Учебное пособие. М.: Линь, – 2009. – 368 с.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Высшая школа, – 1964. – 488 с.
7. Зенкевич О. С. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, -1975. – 543 с.
8. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
9. Савин С. Н. Моделирование процессов отверждения эпоксидных смол в сферических слоях // Вісник ОНУ, Хімія. – 2013. – Т. 18, № 4. – С. 38-45.
10. Бахвалов Н. С. Численные методы. М.: Наука, 1975. – Т. 1. – 440 с.

Стаття надійшла до редакції 21.09.14

#### С. М. Савін

Одесский национальный университет, кафедра общей химии та полімерів,  
вул. Дворянская, 2, Одеса, 65082, Україна

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ ПРИ ЗАТВЕРДНЕННІ ЕПОКСИДНИХ СМОЛ

Запропоновано рішення нелінійної нестационарної задачі розрахунку розподілення температурного поля в об'ємі циліндричного зразка методом кінцевих елементів на прикладі реакції епоксидної смоли ЕД-20 з поліетіленполіаміном. Виконані розрахункові дослідження залежності температури від часу в екстремальних точках зразків у формі системи циліндрів. Розрахункові дані зіставлені з дослідними вимірами.

**Ключові слова:** метод кінцевих елементів, епоксидний, відтвердження.

#### S. Savin

Odessa I.I. Mechnikov National University, department of general chemistry and polymers,  
Dvoryanskaya St., 2, Odessa, 65082, Ukraine

### THE MATHEMATIC MODELS OF PROCESSES OF HOT- SETTING OF EPOXY RESINS

#### Summary

Solution of nonlinear non-stationary task of calculation is offered distributing of the temperature field is in the volume of cylinder standard by the finite element method on the example of reaction of epoxy resin ED-20 with polyethylenpolyamines. Calculation researches of dependence are executed temperatures from time in the extreme points of standards in system cylinder form. Calculation information is confronted with experimental measuring.

**Keywords:** the finite element method, epoxy, hardened.